

考虑应力梯度影响的多轴缺口疲劳寿命预测

钟 波^{1,2}, 王延荣^{1,2}, 魏大盛^{1,2}

- (1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘 要: 给出了几种典型拉-扭加载路径在新定义主坐标系下的 π 平面投影路径,并基于 π 平面投影路径提出了一种新的多轴疲劳损伤参量;考虑材料多轴加载的非比例附加强化效应,提出了一种非比例附加强化系数的预测方法和非比例度的定义方法;进一步考虑缺口试样多轴加载下的拉-扭应力梯度分布,结合有限元弹性分析的结果,提出了一种考虑多轴效应的等效应力梯度因子,从而发展了一种新的考虑应力梯度影响的多轴缺口疲劳寿命预测模型,并选用 GH4169 合金 650℃ 下的多轴缺口疲劳试验结果对所提出的寿命模型进行验证。结果表明:①所提出的多轴疲劳损伤参量有明确的物理意义,不仅适用于多轴疲劳,也适用于单轴疲劳;②所提出的等效应力梯度因子仅需通过弹性有限元分析确定,适合工程实际应用;③新的寿命预测模型对 GH4169 材料多轴缺口疲劳试验的寿命预测结果较好,基本位于 2 倍分散带以内。

关 键 词: 多轴缺口疲劳; 寿命预测; 应力梯度; π 平面; 非比例附加强化

中图分类号: V231.9

文献标志码: A

Multiaxial notch fatigue life prediction based on stress gradient effect

ZHONG Bo^{1,2}, WANG Yanrong^{1,2}, WEI Dasheng^{1,2}

- (1. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: The projection paths on the π -plane under the newly defined principal coordinate system of several typical tension-torsion loading paths were given. A new multiaxial fatigue damage parameter was proposed based on the projection path on the π -plane. With the non-proportional additional hardening effect being considered, a prediction method of the non-proportional cyclic hardening coefficient was proposed and a new non-proportionality description was defined. Furthermore, a multiaxial effective stress gradient factor was defined by combining the tension stress gradient and the torsion stress gradient of finite element elastic analysis, and a multiaxial notch fatigue life prediction model was developed based on the multiaxial stress gradient effect. The multiaxial notch fatigue test results of GH4165 alloy at 650℃ were used to verify the proposed model. On the basis of analytical study, conclusions can be drawn as follow: (1) the proposed multiaxial fatigue damage parameter is suitable for multiaxial fatigue and uniaxial fatigue with a clearly physical meaning; (2) the equivalent

收稿日期:2017-08-14

基金项目:国家自然科学基金(51475024)

作者简介:钟波(1989—),男,博士生,主要从事航空发动机结构强度与寿命可靠性研究。

引用格式:钟波,王延荣,魏大盛.考虑应力梯度影响的多轴缺口疲劳寿命预测[J].航空动力学报,2018,33(11):2602-2610.
ZHONG Bo,WANG Yanrong,WEI Dasheng. Multiaxial notch fatigue life prediction based on stress gradient effect[J].
Journal of Aerospace Power,2018,33(11):2602-2610.

stress gradient factor can be determined only by elastic finite element analysis, which is suitable for practical application; (3) the predicted multiaxial fatigue lives of GH4169 alloy using the proposed model agree better with the experimental results, which are almost within two-time scatter band of the test results.

Key words: multiaxial notch fatigue; life prediction; stress gradient; π -plane; non-proportional additional hardening

实际工程中的结构件往往承受着复杂的多轴载荷作用,如机械工程中的不规则阶梯轴、核工业中的压力容器、航空领域中飞机的螺旋桨、发动机的叶片、涡轮盘等^[1]。有些构件由于结构设计的需要往往存在缺口等不规则几何形状,导致构件在缺口局部区域应力分布非均匀,即存在一定的应力梯度,处于十分复杂的多轴应力状态^[2-5],因而考虑应力梯度影响的多轴疲劳问题更接近工程实际。

对于多轴疲劳已有大量研究,当前关于多轴疲劳的寿命预测方法可以大致分为 4 类,即经典等效应变法、临界面法、能量法和非比例等效应变法。早期的研究人员基于 Mises 准则或者 Tresca 准则确定多轴加载下的等效应变,并将其作为材料多轴疲劳损伤的控制参量,结合单轴状态下的 Manson-Coffin 公式,估算出多轴状态下的疲劳寿命^[6]。该方法对比例加载下的多轴疲劳寿命预测能得到较好的结果,但是对非比例加载下的疲劳寿命一般不能给出令人满意的预测结果^[7-9]。Brown 和 Miller^[10]通过对大量多轴疲劳试验研究发现,多轴循环加载下,初期的疲劳裂纹基本上沿着最大剪应变平面的方向形成,随后近似的沿着该平面的法向应变方向扩展,由此提出以最大剪应变平面作为临界面,并利用该面上的最大剪应变参数和法向应变参数作为构造损伤参量的两个基本参数。许多国内外学者基于临界面法提出了各自(改进)的寿命预测模型^[11-23]。能量法则是考虑将循环加载过程中能量参量作为基本的损伤参量用于多轴疲劳的寿命预测,塑性应变能法^[24]、总应变能法^[25-26]、虚应变能法^[27]等基于能量法的多轴疲劳寿命预测方法在一定程度上提高了材料多轴疲劳寿命预测的精度。而针对材料多轴疲劳微观损伤机制的研究表明^[28-32],在非比例循环加载过程中,材料的应力/应变主轴不断旋转,最大剪切面也不断旋转,使得材料的滑移面不断变化,进而导致材料不能形成稳定的位错结构,最终导致材料产生附加强化现象。因此,研究多轴疲劳需要考虑材料加载路径和非比例附加强化效应的影响。大量学者从应变加载路径出发,提

出了不同形式的考虑材料非比例附加强化效应的非比例参数,形成了一类考虑非比例附加强化效应的非比例等效应变法^[33-41]。

虽然目前对于多轴疲劳的研究已开展多年,然而迄今为止,有关多轴疲劳寿命预测的方法大多是针对一种或少量几种材料而提出的经验或半经验的公式,当这些公式用于其他材料时,常常不能得到令人满意的结果。且在当前的研究中,针对光滑试样的多轴疲劳研究较多,而针对缺口试样的多轴疲劳研究相对较少,当考虑缺口应力梯度的影响时,材料的多轴疲劳问题更为复杂,仍有待进一步细致深入的研究^[42-44]。

本文首先给出了不同加载路径对应的 π 平面投影路径,并基于 Mises 准则提出了一种新的多轴疲劳损伤参量;继而考虑材料多轴加载的非比例附加强化效应,提出了一种非比例度定义方法和非比例附加强化系数的预测方法;之后针对典型材料轴向缺口圆棒试样,开展拉扭复合加载下的有限元弹性分析,获得了缺口根部危险点的应力梯度分布,通过归一化处理提出了一种基于归一化应力梯度的多轴等效应力梯度因子,从而发展了一种新的考虑应力梯度影响的多轴缺口疲劳寿命预测模型,并选用 GH4169 合金材料缺口试样的多轴疲劳试验结果进行验证。结果表明本文提出的模型的寿命预测结果较好,基本位于 2 倍分散带以内。

1 一种新的多轴疲劳损伤参量^[45]

对于如图 1 所示的拉扭复合加载的薄壁圆管

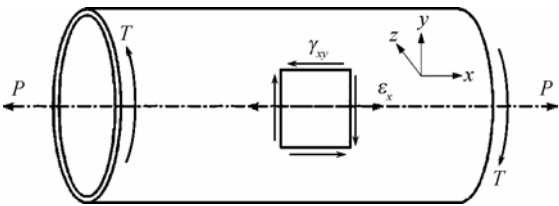


图 1 承受拉伸和扭转载荷的薄壁圆管试样^[45]
Fig. 1 Thin-walled tubular specimen under tension-torsion cyclic loading^[45]

试样,其标距段内任一点的应变可以表示为

$$[\boldsymbol{\varepsilon}(t)]=\begin{bmatrix}\varepsilon_x(t) & \frac{1}{2}\gamma_{xy}(t) & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy}(t) & \varepsilon_y(t) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\varepsilon_x(t) & \frac{1}{2}\gamma_{xy}(t) & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy}(t) & -\nu_{\text{eff}}\varepsilon_x(t) & 0 \\ 0 & 0 & -\nu_{\text{eff}}\varepsilon_x(t)\end{bmatrix}\quad (1)$$

式中 ν_{eff} 为等效泊松比,其表达式为

$$\nu_{\text{eff}}=\frac{\nu_e\varepsilon_{a,e}+\nu_p\varepsilon_{a,p}}{\varepsilon_{a,e}+\varepsilon_{a,p}}\quad (2)$$

式中 ν_e 为弹性泊松比(依材料而定,一般可取 0.3); ν_p 为塑性泊松比,一般可取 0.5; $\varepsilon_{a,e}$ 和 $\varepsilon_{a,p}$ 分别为弹性应变幅和塑性应变幅。

另一方面,试样标距段内任一点的应变也可以通过主应变表示为

$$[\boldsymbol{\varepsilon}(t)]=\begin{bmatrix}\varepsilon_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3(t)\end{bmatrix}\quad (3)$$

进而可以通过如下矩阵变换将主应变坐标系转换到 π 平面坐标系(如图 2 所示)

$$\begin{bmatrix}\varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{3+\sqrt{3}}{6} & \frac{3-\sqrt{3}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{3-\sqrt{3}}{6} & -\frac{3+\sqrt{3}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3\end{bmatrix}\quad (4)$$

式中 ε'_1 和 ε'_2 所在的平面即为 π 平面, ε'_3 为静水拉伸轴。

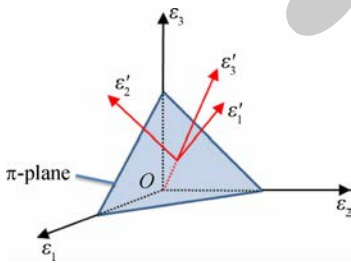


图 2 主应变坐标系转换到 π 平面坐标系示意图^[45]

Fig. 2 Schematic representation of the coordinate system transformation^[45]

上述变换需要保证在任意时刻,3 个主应变始终保持如下大小的关系:

$$\varepsilon_1\geqslant\varepsilon_2\geqslant\varepsilon_3\quad (5)$$

对称循环加载下,当由拉伸载荷变为压缩载荷时,会导致最大应变绝对值对应的是第三主应变而非第一主应变,因而在 π 平面投影的路径会出现转折。为了使得加载路径对应的 π 平面投影路径更为直观,本文对主应变作如下规定:

当 $|\varepsilon_1|\geqslant|\varepsilon_3|$ 时, $\varepsilon_{\text{I}}=\varepsilon_1,\varepsilon_{\text{II}}=\varepsilon_2,\varepsilon_{\text{III}}=\varepsilon_3$;
当 $|\varepsilon_3|\geqslant|\varepsilon_1|$ 时, $\varepsilon_{\text{I}}=\varepsilon_3,\varepsilon_{\text{II}}=\varepsilon_2,\varepsilon_{\text{III}}=\varepsilon_1$ 。

由 $\varepsilon_{\text{I}}、\varepsilon_{\text{II}}$ 和 ε_{III} 分别代替式(4)中的主应变 $\varepsilon_1、\varepsilon_2$ 和 ε_3 ,通过如下矩阵变换转换到 π 平面坐标系:

$$\begin{bmatrix}\varepsilon'_{\text{I}} \\ \varepsilon'_{\text{II}} \\ \varepsilon'_{\text{III}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{3+\sqrt{3}}{6} & \frac{3-\sqrt{3}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{3-\sqrt{3}}{6} & -\frac{3+\sqrt{3}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_{\text{I}} \\ \varepsilon_{\text{II}} \\ \varepsilon_{\text{III}}\end{bmatrix}\quad (6)$$

对几种典型应变控制的拉扭加载路径,可以作出其对应的 π 平面投影路径和由 $\varepsilon_{\text{I}}、\varepsilon_{\text{II}}$ 和 ε_{III} 形成的新坐标系所对应的 π 平面投影路径见表 1。

表 1 不同拉扭加载路径及其对应的 π 平面投影路径
Table 1 Tension-torsion loading paths and the corresponding projection paths on the π -plane

加载 路径	应变 路径	π 平面投影 路径 ^[45]	新的 π 平面 投影路径
Path 1			
Path 2			
Path 3			
Path 4			
Path 5			

基于 Mises 准则,选取由 $\varepsilon_{\text{I}}、\varepsilon_{\text{II}}$ 和 ε_{III} 形成的

新坐标系所对应的 π 平面投影路径的最大极坐标值 $\epsilon_{\pi, \max}$ 作为新的多轴疲劳损伤参量,以加载路径 Path 3、Path 4 为例,所确定的应变参量如图 3 所示。

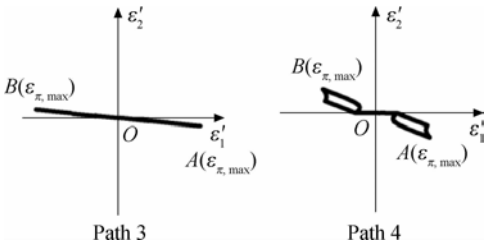


图 3 多轴疲劳损伤参量

Fig. 3 Multi-axial fatigue damage parameter

为保证上述多轴疲劳损伤参量可以适用于单轴情况,需对单轴加载状态进行特定分析。

对于单轴加载(轴向应变幅为 ϵ_a),有

$$\begin{bmatrix} \epsilon'_1 \\ \epsilon'_2 \\ \epsilon'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3+\sqrt{3}}{6} & \frac{3-\sqrt{3}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{3-\sqrt{3}}{6} & -\frac{3+\sqrt{3}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_I \\ \epsilon_{II} \\ \epsilon_{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3+\sqrt{3}}{6} & \frac{3-\sqrt{3}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{3-\sqrt{3}}{6} & -\frac{3+\sqrt{3}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_a \\ -\nu_{\text{eff}}\epsilon_a \\ -\nu_{\text{eff}}\epsilon_a \end{bmatrix} \quad (7)$$

由式(7)可得单轴加载下,基于 π 平面投影路径所确定的 $\epsilon_{\pi, \max}$ 为

$$\epsilon_{\pi, \max} = \sqrt{(\epsilon'_1)^2 + (\epsilon'_2)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}(1 + \nu_{\text{eff}})\epsilon_a \quad (8)$$

可以看出在单轴加载下,所选取的损伤参量 $\epsilon_{\pi, \max}$ 与单轴加载的轴向应变幅 ϵ_a 满足如下关系式:

$$\epsilon_{\pi, \max} = \frac{\epsilon_a}{k} \quad (9)$$

式中 k 为归一化常数,其表达式为^[45]

$$k = \frac{3}{\sqrt{6}(1 + \nu_{\text{eff}})} \quad (10)$$

2 非比例参数的确定

非比例加载下,考虑非比例附加强化效应对材料多轴疲劳损伤的影响时,可由 2 个主要参数予以描述,即:材料非比例强化系数 α 和载荷非比

例度 Φ ^[1,45]。其中非比例强化系数 α 由材料本身决定,属于材料的固有特性,主要反映材料对非比例附加强化的敏感程度;而非比例度 Φ 由加载路径决定,主要反映加载历史与路径对材料附加强化的影响。

通常,非比例强化系数 α 定义为^[1]

$$\alpha = \frac{\sigma_{\text{np}}}{\sigma_p} - 1 \quad (11)$$

式中 σ_{np} 和 σ_p 分别为相同等效应变下非比例 90° 异相位拉扭复合加载下的等效应力和比例加载下的等效应力(或单轴加载下应力)。

当暂不能通过试验获得材料确定的 α 值时,则可以通过近似关系式给出。如文献[46]依据大量文献中的试验结果,给出了非比例附加强化系数与材料单调拉伸力学性能参数之间的关系为

$$\lg|\alpha| = 0.705\beta - 1.22 \quad (12)$$

式中 β 为静强化系数(static hardening parameter),其表达式为

$$\beta = \frac{\sigma_b}{\sigma_y} - 1 \quad (13)$$

式中 σ_b 和 σ_y 分别是材料单轴拉伸的抗拉强度和屈服强度,上述关系式只局限于循环加载的塑性正应变幅值大于 0.02% 且总的正应变幅值小于 1% 的情况。

文献[47]中,也给出了类似的关系式为

$$\alpha = 0.3293\beta + 0.058 \quad (14)$$

上述方法的主要优点在于,在不能通过试验给出具体的非比例附加强化系数 α 值时,可以仅通过材料单调拉伸的力学性能参数就可以给出一个估计值。然而根据试验结果可以发现,对低层错能材料(如 SS304L、316L),随着等效应变幅的增大,材料的非比例附加强化系数逐渐增大,而对某些高层错能材料,部分材料(如 titanium)的非比例附加强化系数随着等效应变幅的增大几乎不改变,而部分材料(如 1050N steel)甚至表现出随着等效应变幅的增大,材料的非比例附加强化系数逐渐减小的规律^[48]。因此,材料的非比例强化系数 α 不仅取决于材料的微观结构特性(层错能,位错模式等),还与加载的载荷大小相关。

材料的微观结构特性可以考虑通过材料的静强化系数来反映,而其载荷相关性则需要综合考虑循环加载和单调拉伸加载过程的影响。

定义材料在某一确定应变下的循环强化系数 h 为^[48]

$$h = 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_c} \quad (15)$$

式中 σ_m 为单拉的应力值, σ_c 为单轴循环加载下的应力值(或同相位比例加载下的等效应力值, 此时对应的应变为等效应变), 下标 m 表示单拉的(monotonic), c 表示循环加载的(cyclic), 如图 4 所示。需要注意的是, 该参数在弹性范围内恒为 0。

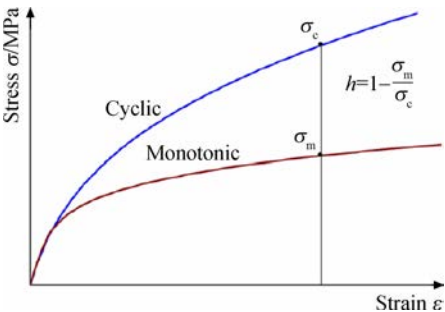


图 4 循环强化系数定义^[48]

Fig. 4 Definition of cyclic hardening coefficient^[48]

结合已有文献中的试验数据, 综合考虑材料的静强化系数 β 和循环强化系数 h 对非比例附加强化系数 α 的影响, 得到了如下近似拟合关系:

$$\alpha = 0.677\beta h + 0.039 \tag{16}$$

依据式(16)计算获得的预测值 α_{pre} 与不同材料的试验值 α_{exp} ^[48] 的对比结果如图 5 所示。

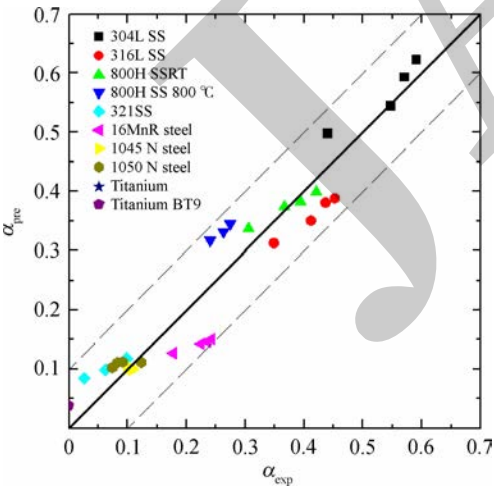


图 5 不同材料预测值 α_{pre} 与试验值 α_{exp} 对比

Fig. 5 Comparison of α value between the prediction and experiment result for different materials

由图 5 可以看出, 依据式(16)对不同材料的非比例附加强化系数 α 值预测结果较好, 与其不同载荷下的试验值对比, 数值误差不超过 ± 0.1 , 这对于多数呈现非比例附加强化现象的材料而言, 是可以接受的。需要指出的是, 采用该方法获

得 α 值适用但不限于循环加载的应变幅值在 0.2%~1.2% 之间。

在 π 平面投影路径下, 考虑加载路径和历史及投影路径扫过的角度, 定义材料在不同加载路径下的非比例度 Φ 为

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_n &= \left[1 - \left(\frac{2\epsilon_{\pi, \max}}{\oint_{P_n} dl} \right)^r \right] \cdot |\sin \zeta| && \text{当投影路径过原点} \\ \Phi_n &= \frac{1.155 \cdot |\sin \zeta|}{T \cdot \epsilon_{\pi, \max}^2} \int_0^T [\epsilon_{\pi}(t)]^2 dt && \text{当投影路径不过原点} \end{aligned} \right. \tag{17}$$

式中 P_n 为第 n 个路径, T 为加载的一个周期; r 为路径影响指数; 当投影路径存在 2 个最大极坐标值 $\epsilon_{\pi, \max}$ 时取 0(如 Path 1), 存在 4 个最大极坐标值 $\epsilon_{\pi, \max}$ 时取 1(如 Path 2); ζ 为投影路径在极坐标系下扫过的角度; $\epsilon_{\pi}(t)$ 为 t 时刻对应的极坐标值。

通过上述分析, 给出考虑非比例附加强化效应影响的多轴疲劳非比例等效应变 ϵ_{np} 为

$$\epsilon_{np} = k(1 + \alpha\Phi)\epsilon_{\pi, \max} \tag{18}$$

3 多轴等效应力梯度因子

以常用的金属材料轴向向应力集中系数 $K_t=2$ 的缺口圆棒试样为例, 具体尺寸为: 标距段直径 $D=7.5\text{ mm}$; 缺口净截面直径 $d=5.5\text{ mm}$; 缺口形式为在标距段开一个半径为 1 mm 的环形半圆槽。

对 $K_t=2$ 的缺口圆棒试样开展拉扭比例加载下的弹性有限元分析, 选用 GH4169 合金 650 °C 的材料参数, 具体见表 2。

表 2 GH4169 合金的材料参数^[49]

Table 2 Material properties of GH4169 alloy^[49]

温度/°C	弹性模量 E/GPa	泊松比 ν	密度 $\rho/(\text{g}/\text{cm}^3)$
650	182	0.325	8.24

计算时, 设定的边界条件为: 柱坐标系下, 左端面约束轴向和周向位移为 0, 右端面施加拉应力和扭矩(此时对应净截面名义拉应力和名义剪应力均为 100 MPa)。计算结果如图 6~图 7 所示。

将缺口试样沿缺口平分线应力和距离均归一化, 并同无缺口的光滑圆棒试样对比。结果如图 8~图 9 所示。

图 8 和图 9 中, σ 和 τ 分别为缺口平分线上不

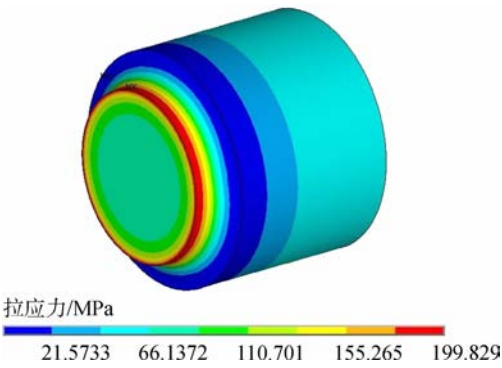


图 6 缺口局部拉应力分布

Fig. 6 Local axial stress of the notch

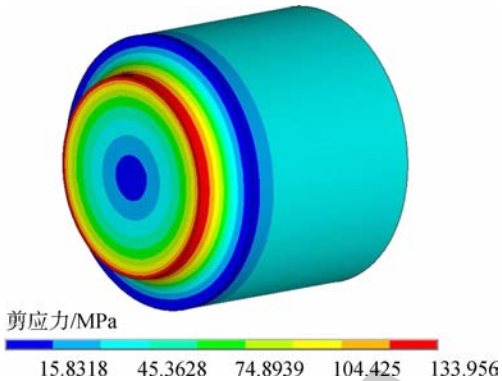


图 7 缺口局部剪应力分布

Fig. 7 Local shear stress of the notch

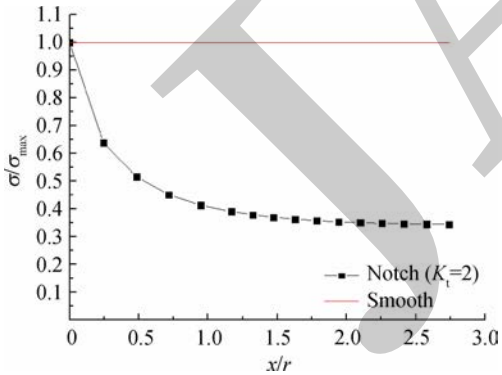


图 8 光滑试样与缺口试样局部拉应力梯度分布

Fig. 8 Local axial stress gradient of the smooth specimen and notch specimen

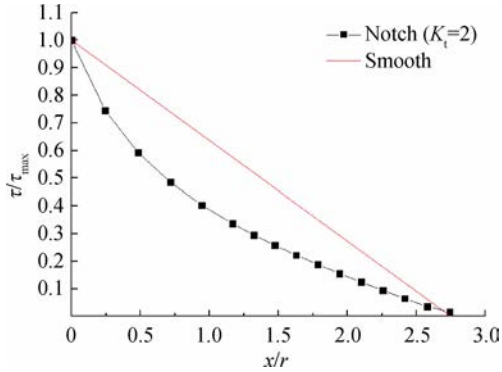


图 9 光滑试样与缺口试样局部剪应力梯度分布

Fig. 9 Local shear stress gradient of the smooth specimen and notch specimen

式中 $S_{\sigma,0.5}$ 为拉应力归一化曲线与坐标轴在 $0 \leq x/r \leq 0.5$ 区间上围成的面积, $S_{\tau,r}$ 为剪应力归一化曲线与坐标轴在 $0 \leq x/r \leq r$ 区间上围成的面积。采用这种定义是考虑到当没有应力集中(光滑试样)时,式(19)中的拉/剪应力梯度影响因子均为 1,此时无梯度影响;另一方面,采用积分求面积的方法而不是直接求梯度是为了避免缺口根部由于数值求导带来的误差^[50]。由此,综合考虑拉应力梯度和剪应力梯度的影响,给出拉扭多轴加载下缺口试样的等效应力梯度因子 Y_{eq} 为

$$Y_{eq} = \sqrt{Y_{\sigma} Y_{\tau}} \tag{20}$$

4 考虑应力梯度影响的多轴缺口疲劳寿命预测模型

综合上述分析,结合单轴拉压低循环疲劳模型,给出基于应变路径非比例度的多轴疲劳寿命预测模型为

$$\epsilon_{np} = k(1 + \alpha \Phi) \epsilon_{\pi, \max} = (Y_{eq})^m \left[\frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \right] \tag{21}$$

式中 σ'_f 和 ϵ'_f 分别为材料单轴疲劳的强度系数和延性系数; b 和 c 分别为单轴疲劳的强度指数和延性指数; E 为弹性模量; m 为应力梯度影响指数,表达式为^[50]

$$m = A(2N_f)^B \tag{22}$$

式中 A 和 B 为常数,可通过试验数据拟合得到。

5 模型验证

文献[49]中给出了表 1 中 Path 3, Path 4 和 Path 5 三种不同加载路径下 GH4169 合金材料 650℃ 的多轴缺口疲劳试验数据,缺口试样如图 10 所示,试验结果见表 3。

同位置处的拉应力和剪应力, $\sigma_{\max}$ 和 $\tau_{\max}$ 分别为缺口根部最大拉应力和剪应力, x 为距缺口根部的距离, r 为缺口根部的曲率半径(光滑试样为标距段半径)。结合单轴的应力梯度因子定义^[50],轴向应力梯度因子和切应力梯度因子表达式为

$$\begin{cases} Y_{\sigma} = \frac{1}{2S_{\sigma,0.5}} \\ Y_{\tau} = \frac{1}{2S_{\tau,r}} \end{cases} \tag{19}$$

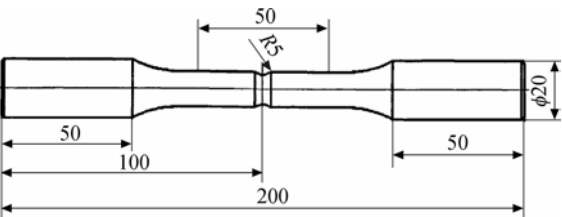


图 10 GH4169 合金缺口圆棒试样^[49] (单位: mm)

Fig. 10 Notch bar specimen of GH4169 alloy^[49]
(unit: mm)

表 3 GH4169 合金多轴缺口疲劳试验^[49]

Table 3 Multiaxial notch fatigue tests of GH4169 alloy^[49]

加载 路径	加载应变/ %		缺口根部应变/ %		寿命 N_f /cycles
	$\Delta\epsilon/2$	$\Delta\gamma/2$	$\Delta\epsilon/2$	$\Delta\gamma/2$	
Path 3	0.419	0.675	2.010	3.180	139
Path 3	0.282	0.373	0.935	1.380	1076
Path 3	0.281	0.392	0.975	1.460	871
Path 4	0.354	0.479	1.020	1.680	642
Path 4	0.357	0.487	1.050	1.730	509
Path 5	0.397	0.550	1.060	2.040	469
Path 5	0.395	0.553	1.060	2.050	425
Path 5	0.297	0.410	0.676	1.210	2086
Path 5	0.238	0.306	0.476	0.760	10053

建立缺口试样标距段的有限元模型如图 11 所示。由于试验是控制的标距段光滑段的应变,因此在弹性分析计算时,设定的边界条件为:柱坐标系下,左端面约束轴向和周向位移为 0,右端面依据试验载荷施加不同的轴向位移和周向位移。

GH4169 合金材料的单轴疲劳性能参数见表 4。本文所提出模型的寿命预测结果如图 12 所示。

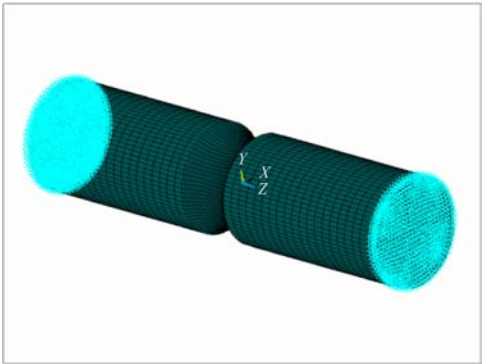


图 11 缺口圆棒试样有限元模型

Fig. 11 Finite element model of the notch
bar specimen

表 4 GH4169 合金的单轴疲劳性能参数^[49]

Table 4 Fatigue properties of GH4169 alloy^[49]

σ'_f /MPa	ϵ'_f	b	c	E /GPa
1565	0.162	-0.086	-0.580	182

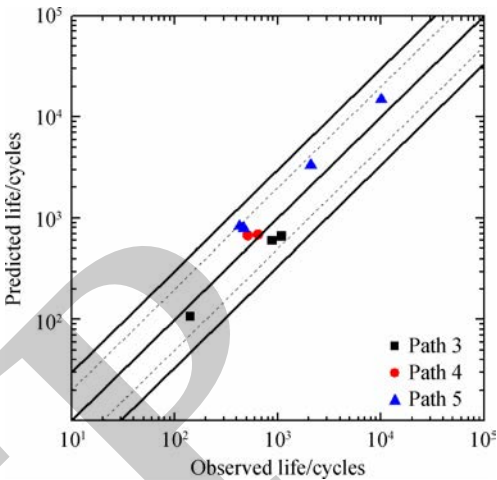


图 12 本文所提出模型的寿命预测

Fig. 12 Fatigue life predictions by the model
presented in this paper

由图 12 可以看出,本文所提出的模型对 GH4169 合金多轴缺口疲劳寿命预测结果较好,预测结果基本位于 2 倍分散带以内。

6 结 论

由上述寿命模型研究和预测结果对比分析可以得到以下结论:

1) 本文基于新定义的主坐标系所对应的 π 平面投影路径提出了一种统一的多轴疲劳损伤参量,该损伤参量具有明确的物理意义,不仅适用于多轴疲劳,也适用于单轴疲劳。

2) 通过建立材料非比例附加强化系数与材料的静强化系数和循环强化系数之间的关系,给出了一种非比例附加强化系数的预测方法,该方法对已有文献中所给的不同材料的非比例附加强化系数 α 值预测结果较好。此外,考虑加载路径和历史及投影路径扫过的角度等因素的影响给出了基于 π 平面投影路径的非比例度定义方法。

3) 针对典型材料轴向缺口圆棒试样,通过拉扭复合加载下的有限元弹性分析,获得了缺口根部危险点的应力梯度分布,通过归一化处理提出了一种基于归一化应力梯度的多轴等效应力梯度因子,进而发展了一种新的考虑应力梯度影响的多轴缺口疲劳寿命预测模型。

4) 对 GH4169 合金 650 °C 下的多轴缺口疲劳试验结果进行寿命预测,结果表明本文提出的模型寿命预测结果较好,基本位于 2 倍分散带以内。

参考文献:

- [1] 钟波,王延荣,魏大盛,等. 基于应变路径非比例度的多轴疲劳寿命预测[J]. 航空动力学报,2016,31(2):317-322.
ZHONG Bo, WANG Yanrong, WEI Dasheng, et al. Multiaxial fatigue life prediction based on non-proportionality of strain path[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(2):317-322. (in Chinese)
- [2] SUSMEL L. Multiaxial notch fatigue [M]. Cambridge, UK: Woodhead Publishing Limited, 2009.
- [3] SAKANE M, ZHANG S, KIM T. Notch effect on multiaxial low cycle fatigue[J]. International Journal of Fatigue, 2011, 33(8):959-968.
- [4] FATEMI A, SHAMSAEI N. Multiaxial fatigue: an overview and some approximation models for life estimation [J]. International Journal of Fatigue, 2011, 33(8):948-958.
- [5] GATES N, FATEMI A. Notched fatigue behavior and stress analysis under multiaxial states of stress[J]. International Journal of Fatigue, 2014, 67:2-14.
- [6] FATEMI A, SOCIE D F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1988, 11(3):149-165.
- [7] ITOH T, YANG T. Material dependence of multiaxial low cycle fatigue lives under non-proportional loading[J]. International Journal of Fatigue, 2011, 33(8):1025-1031.
- [8] WU Z R, HU X T, SONG Y D. Multiaxial fatigue life prediction for titanium alloy TC4 under proportional and non-proportional loading[J]. International Journal of Fatigue, 2014, 59:170-175.
- [9] SHAMSAEI N, MCKELVEY S A. Multiaxial life predictions in absence of any fatigue properties[J]. International Journal of Fatigue, 2014, 67:62-72.
- [10] BROWN M W, MILLER K J. Biaxial cyclic deformation behaviour of steels[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1979, 1(1):93-106.
- [11] KANDIL F A, BROWN M W, MILLER K J. Biaxial low-cycle fatigue fracture of 316 stainless steel at elevated temperatures[M]. London: The Metals Society, 1982.
- [12] FATEMI A, SOCIE D F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1988, 11(3):149-165.
- [13] WANG C, BROWN M. A path-independent parameter for fatigue under proportional and non-proportional loading [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1993, 16(12):1285-1297.
- [14] 尚德广, 姚卫星. 基于临界面法的多轴疲劳损伤参量的研究[J]. 航空学报, 1999, 20(4):295-298.
- SHANG Deguang, YAO Weixing. Study on multiaxial fatigue damage parameters based on the critical plane approach[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1999, 20(4):295-298. (in Chinese)
- [15] SHANG D G, WANG D J, YAO W X. A simple approach to the description of multiaxial cyclic stress-strain relationship[J]. International Journal of Fatigue, 2000, 22(3):251-256.
- [16] JIANG Y, HERTEL O, VORMWALD M. An experimental evaluation of three critical plane multiaxial fatigue criteria[J]. International Journal of Fatigue, 2007, 29(8):1490-1502.
- [17] SHANG D G, SUN G Q, DENG J, et al. Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction for medium-carbon steel based on the critical plane approach[J]. International Journal of Fatigue, 2007, 29(12):2200-2207.
- [18] LI J, ZHANG Z P, SUN Q, et al. A new multiaxial fatigue damage model for various metallic materials under the combination of tension and torsion loadings[J]. International Journal of Fatigue, 2009, 31(4):776-781.
- [19] SUN G Q, SHANG D G, BAO M. Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction under low cycle loading for GH4169 alloy and other structural materials[J]. International Journal of Fatigue, 2010, 32(7):1108-1115.
- [20] LI J, LI C W, QIAO Y J, et al. Fatigue life prediction for some metallic materials under constant amplitude multiaxial loading[J]. International Journal of Fatigue, 2014, 68:10-23.
- [21] CASTRO F, JIANG Y. Fatigue life and early cracking predictions of extruded AZ31B magnesium alloy using critical plane approaches [J]. International Journal of Fatigue, 2016, 88:236-246.
- [22] GATES N R, FATEMI A. On the consideration of normal and shear stress interaction in multiaxial fatigue damage analysis[J]. International Journal of Fatigue, 2017, 100:322-336.
- [23] FATEMI A, MOLAEI R, SHARIFIMEHR S, et al. Multiaxial fatigue behavior of wrought and additive manufactured Ti-6Al-4V including surface finish effect[J]. International Journal of Fatigue, 2017, 100:347-366.
- [24] GARUD Y. A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loadings[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1981, 103(2):118-125.
- [25] ELLYIN F, KUJAWSKI D. Plastic strain energy in fatigue failure[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 1984, 106(4):342-347.
- [26] ELLYIN F, GOLOS K. Multiaxial fatigue damage criterion [J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1988, 110(1):63-68.
- [27] LIU K, WANG J. An energy method for predicting fatigue life, crack orientation, and crack growth under multiaxial loading conditions [J]. International Journal of Fatigue,

- 2001,23:129-134.
- [28] KANAZAWA K, MILLER K, BROWN M. Cyclic deformation of 1% Cr-Mo-V steel under out-of-phase loads[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1979, 2(2): 217-228.
- [29] ITOH T, SAKANE M, SOCIE D F, et al. Nonproportional low cycle fatigue criterion for type 304 stainless steel[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1995, 117(3): 285-292.
- [30] 肖林, 白菊丽. Zr-4 合金双轴疲劳行为及其微观变形机理 I: 双轴疲劳变形行为[J]. *金属学报*, 2000, 36(9): 913-918.
- XIAO Lin, BAI Juli. Biaxial fatigue behavior and microscopic deformation mechanism of Zircaloy-4 I: biaxial fatigue deformation behavior of Zircaloy-4[J]. *Acta Metallurgica Sinica*, 2000, 36(9): 913-918. (in Chinese)
- [31] 于良, 白菊丽, 肖林. Zr-4 合金双轴加载中的非比例附加软化与附加强化[J]. *西安交通大学学报*, 2004, 38(3): 299-302.
- YU Liang, BAI Juli, XIAO Lin. Additional softening and strengthening behavior of hydrided Zr-4 under biaxial out-of-phase loading[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2004, 38(3): 299-302. (in Chinese)
- [32] 何国求, 陈成澍, 高庆, 等. 基于微结构分析定义应变路径非比例度[J]. *金属学报*, 2003, 39(7): 715-720.
- HE Guoqi, CHEN Chengshu, GAO Qing, et al. Definition of non-proportionality of strain path based on microstructures analysis[J]. *Acta Metallurgica Sinica*, 2003, 39(7): 715-720. (in Chinese)
- [33] KANAZAWA K, MILLER K J, BROWN M W. Cyclic deformation of 1% Cr-Mo-V steel under out of phase loads [J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1979, 2(3): 217-228.
- [34] KIDA S, ITOH T, SAKANE M, et al. Dislocation structure and non-proportional hardening of type 304 stainless steel[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1997, 20(10): 1375-1386.
- [35] BORODII M V, STRIZHALO V A. Analysis of the experimental data on a low cycle fatigue under nonproportional straining[J]. *International Journal of Fatigue*, 2000, 22(4): 275-282.
- [36] LIU Y, MAHADEVAN S. Strain-based multiaxial fatigue damage modelling[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2005, 28(12): 1177-1189.
- [37] WU M, ITOH T, SHIMIZU Y, et al. Low cycle fatigue life of Ti-6Al-4V alloy under non-proportional loading[J]. *International Journal of Fatigue*, 2012, 44: 14-20.
- [38] MEGGIOLARO M A, CASTRO J T P D. Prediction of non-proportionality factors of multiaxial histories using the moment of inertia method[J]. *International Journal of Fatigue*, 2014, 61: 151-159.
- [39] BEES M R, PATTISON S J, FOX N, et al. The non-proportional behaviour of a nickel-based superalloy at room temperature, and characterisation of the additional hardening response by a modified cyclic hardening curve[J]. *International Journal of Fatigue*, 2015, 67(10): 134-141.
- [40] BABAEI S, GHASEMI-GHALEBAHMAN A. Damage-based modification for fatigue life prediction under non-proportional loadings[J]. *International Journal of Fatigue*, 2015, 77: 86-94.
- [41] LI B C, JIANG C, HAN X, et al. A new approach of fatigue life prediction for metallic materials under multiaxial loading[J]. *International Journal of Fatigue*, 2015, 78: 1-10.
- [42] LUU D H, MAITOURNAM M H, NGUYEN Q S. Formulation of gradient multiaxial fatigue criteria[J]. *International Journal of Fatigue*, 2014, 61: 170-183.
- [43] SHI L, WEI D S, WANG Y R, et al. An investigation of fretting fatigue in a circular arc dovetail assembly[J]. *International Journal of Fatigue*, 2016, 82: 226-237.
- [44] GATES N, FATEMI A. Notch deformation and stress gradient effects in multiaxial fatigue[J]. *Theoretical & Applied Fracture Mechanics*, 2016, 84: 3-25.
- [45] ZHONG B, WANG Y R, WEI D S, et al. A new life prediction model for multiaxial fatigue under proportional and non-proportional loading paths based on pi-plane projection [J]. *International Journal of Fatigue*, 2017, 102: 241-251.
- [46] BORODII M V, SHUKAEV S M. Additional cyclic strain hardening and its relation to material structure, mechanical characteristics, and lifetime [J]. *International Journal of Fatigue*, 2007, 29(6): 1184-91.
- [47] 姜潮, 邓群, 李博川. 考虑非比例附加损伤的多轴低周疲劳寿命模型[J]. *力学学报*, 2015, 47(4): 634-641.
- JIANG Chao, DENG Qun, LI Bochuan. A new multiaxial fatigue life prediction model based on the nonproportional additional damage [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(4): 634-641. (in Chinese)
- [48] SHAMSAEI N, FATEMI A. Effect of microstructure and hardness on non-proportional cyclic hardening coefficient and predictions[J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2010, 527(12): 3015-3024.
- [49] 孙国芹. 高温多轴疲劳行为及寿命预测研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2009.
- SUN Guoqin. Research on multiaxial fatigue behavior and life prediction at high temperature [D]. Beijing: Beijing University of Technology. (in Chinese)
- [50] 王延荣, 李宏新, 袁善虎, 等. 考虑应力梯度的缺口疲劳寿命预测方法[J]. *航空动力学报*, 2013, 28(6): 1208-1214.
- WANG Yanrong, LI Hongxin, YUAN Shanhu, et al. Method for notched fatigue life prediction with stress gradient[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2013, 28(6): 1208-1214. (in Chinese)